

Rezolvarea unui sistem de ecuatii liniare

Se considera un sistem de ecuatii scris sub forma matriceala $Ax = b$, unde matricea A de dimensiune $n \times n$ este matricea coeficientilor, b este un vector de dimensiune $n \times 1$, iar x este vectorul solutie. Un astfel de sistem se rezolva in doua etape. Mai intai, sistemul este adus la o forma superior triunghiulara $Ux = y$ folosind metoda de eliminare Gaussiana. In etapa urmatoare sistemul superior triunghiular este rezolvat printr-o procedura de substitutie inapoi.

Algoritmul serial pentru procedura de eliminare gaussiana este prezentat in continuare:

```
1: procedure GAUSSIAN_ELIMINATION (A, b, y)
2: begin
3:   for  $k = 0$  to  $n - 1$  do
4:     for  $j = k + 1$  to  $n - 1$  do
5:        $A_{k,j} = A_{k,j}/A_{k,k}$ ; /* Division step */
6:     end for
7:      $y_k = b_k/A_{k,k}$ ;
8:      $A_{k,k} = 1$ ;
9:     for  $i = k + 1$  to  $n - 1$  do
10:      for  $j = k + 1$  to  $n - 1$  do
11:         $A_{i,j} = A_{i,j} - A_{i,k} \times A_{k,j}$ ; /* Elimination step */
12:      end for
13:       $b_i = b_i - A_{i,k} \times y_k$ ;
14:       $A_{i,k} := 0$ ;
15:    end for
16:  end for
17: end GAUSSIAN_ELIMINATION
```

Pentru implementarea paralela a procedurii se considera ca liniile matricii A sunt impartite intre n procese. In iteratia k procesul P_k trimite linia k proceselor P_{k+1}, \dots, P_n . Daca se presupune ca procesele sunt organizate liniar, procesul P_k va trimite linia k procesului P_{k+1} care o va trimite mai departe catre procesul P_{k+2} dupa care va efectua pasul de eliminare din liniile 9-16, fara sa astepte ca toate celelalte procese sa primeasca linia k .

Dupa completarea pasului de eliminare, procesul P_{k+1} poate incepe pasul de divizare (liniile 5-8) urmand ca apoi sa trimita linia $k + 1$ procesului P_{k+2} .

Dupa ce matricea A a fost adusa la forma superior triunghiulara, se poate trece la etapa de substituire inapoi. Pseudo-codul pentru aceasta etapa este prezentat mai jos:

```
1: procedure BACK_SUBSTITUTION(A, x, y)
2: begin
3:   for  $k = n - 1$  downto 0 do
4:      $x_k = y_k$ ;
5:     for  $i = k - 1$  downto 0 do
6:        $y_i = y_i - x_k \times A_{i,k}$ ;
7:     end for
8:   end for
9: end BACK_SUBSTITUTION
```